

Московский государственный технический университет
им. Н. Э. Баумана

В. Г. Лешковцев, И. Е. Семенов-Ежов, А. А. Ширшов

**ПРИМЕНЕНИЕ ПОЛЯРИЗАЦИОННО-ОПТИЧЕСКОГО
МЕТОДА ИССЛЕДОВАНИЯ НАПРЯЖЕНИЙ
В ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЙ МЕХАНИКЕ**

Издательство МГТУ им. Н. Э. Баумана
1994

Московский государственный технический университет
им. Н.Э.Баумана

В.Г.Лешковцев, И.Е.Семинов-Биков, А.А.Шариков

ПРИМЕНЕНИЕ ПОЛЯРИЗАЦИОННО-ОПТИЧЕСКОГО
МЕТОДА ИССЛЕДОВАНИЯ НАПРЯЖЕНИЙ
В ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЙ МЕХАНИКЕ

Методические указания
к лабораторным работам

Издательство МГТУ им Н.Э.Баумана
1994

ББК 30.121

Л53

Рецензенты: И.П.Сухарев, Б.В.Минеев

Л53 Лемковцев В.Г., Семенов-Елов И.Е., Ширинов А.А.
Применение поляризационно-оптического метода исследования
напряжений в экспериментальной механике: Метод. указания. -
М.: Изд-во МИТУ, 1994. - 44 с., ил.

ISBN 5-7038-1159-6

В методических указаниях описаны возможности применения
поляризационно-оптического метода. Наглядность метода позволяет
студентам непосредственно познакомиться с физическими про-
цессами, протекающими в деталях при их нагружении. Для обра-
ботки экспериментальных данных предусмотрены программы для
ПЭВМ, позволяющие пользоваться ими в диалоговом режиме.

Для студентов, изучающих специальности "Сопротивление ма-
териалов", "Теория упругости", "Строительная механика", "Тео-
рия ползучести" и "Изника прочности".

Табл. 4. №. 17. Библиогр. 8 назв.

ББК 30.121

ISBN 5-7038-1159-6

© МИТУ им. Н.Э.Баумана, 1994.

ВВЕДЕНИЕ

Поляризационно-оптический метод является эффективным и
наглядным экспериментальным методом решения задач механики де-
формируемого тела. Наглядность делает его незаменимым в учеб-
ной практике, поскольку позволяет студентам непосредственно
познакомиться с физическими процессами, протекающими в детали
при ее нагружении. Использование вычислительной техники сущест-
венно расширяет горизонты применения метода. Становится возмож-
ным проводить исследования не только на упругих моделях, но и
решать задачи ползучести и пластичности. Теоретические основы
метода фотоупругости и подробное описание оборудования изложе-
ны в [1, 6, 7]. В настоящем руководстве приводятся сведения,
необходимые только для выполнения лабораторных работ. Посколь-
ку в каждой из них рассматриваются лишь отдельные аспекты при-
менения метода, основной теоретический материал приведен
в описании первых трех работ. Поэтому, приступая к выполнению
последующих работ, следует изучить теоретические вопросы, из-
ложенные ранее. Программы, разработанные для обработки экспе-
риментальных данных, позволяют студентам работать с ними на
ПЭВМ в диалоговом режиме. Практические занятия выполняются
группами студентов по 3-5 человек. Перед началом работы каждый
студент обязан ознакомиться с инструкцией по технике безопасно-
сти.

Работа № 1. ИЗУЧЕНИЕ КОНЦЕНТРАЦИИ НАПРЯЖЕНИЙ ПРИ РАСТЯЖЕНИИ И ИЗГИБЕ

Цель работы - ознакомление с методикой исследования кон-
центрации напряжений поляризационно-оптическим методом на при-
мерах растяжения и изгиба; экспериментальная проверка принципа
Сен-Венана.

Продолжительность работы - 4 часа.

Характеристика лабораторного стенда

Принципиальная схема поляризационной установки (поляриско-па) БПУ ИМАШ КБ-2 приведена на рис. I.1. Она состоит из следующих основных частей: источника света - 1, поляризатора - 2, двух пластинок в четверть волн $\lambda/4$ - 3 и 5, анализатора - 6, экрана (фотопластинки) - 7.

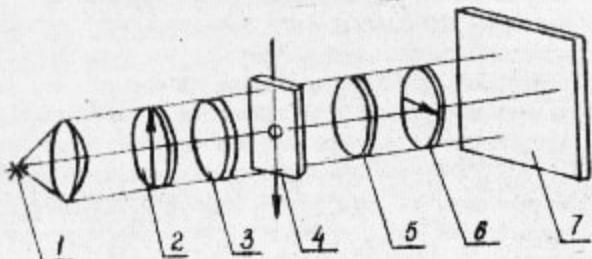


Рис. I.1

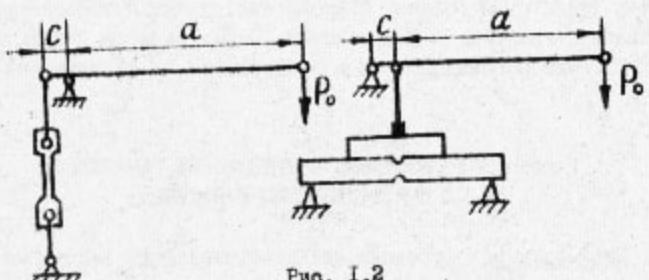


Рис. I.2

Параметры установки: источник света - лампа накаливания мощностью 300 Вт или ртутная лампа ДРШ-250; диаметр полароидов - 125 мм; нагруженное устройство - (поляризатора и анализатора) - 125 мм; нагрузочное устройство - рычажного типа (рис. I.2) с отношением плеч рычагов $\alpha/c = 10$, максимальная сила, действующая на образец $P_{max} = 0,5$ кН.

ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ

Основы поляризационно-оптического метода

Сущность этого метода заключается в использовании так называемого "пьезооптического эффекта", т.е. способности некоторых прозрачных материалов (стекло, эпоксидные смолы и некоторые другие полимеры) приобретать свойство двойного лучепреломления под действием нагрузки. При рассмотрении образца из такого материала в плоскополяризованном свете, который создается при помощи поляризатора, световой вектор в каждой точке модели разлагается на две составляющие, совпадающие по направлению с главными напряжениями σ_1 и σ_2 . С помощью анализатора, оптическая ось которого перпендикулярна оси поляризатора, оба колебания сводятся в одну плоскость и интерферируют. Интенсивность света I на экране плоского полярископа (с выключными пластинками в четверть волны) определяется соотношением

$$I = k \alpha_c \sin 2\Theta \sin(\pi\delta/\lambda), \quad (I.1)$$

где k - коэффициент пропорциональности; α_c - амплитуда светового вектора; Θ - угол, определяющий направление светового вектора, а следовательно, и главных напряжений, относительно системы координат (его называют параметром изоклини); δ - оптическая разность хода; λ - длина волны падающего монохроматического света.

Из выражения (I.1) следует, что наименьшая интенсивность освещения в данной точке модели может наблюдаться в трех случаях:

a) $\Theta = m\pi/2$, где $m = 0, 1, 2, \dots$. В этих точках плоскость поляризации совпадает с направлением одного из главных напряжений. Линии, соединяющие эти точки, называются изоклиниами.

b) $\sin \pi\delta/\lambda = 0$ или $\delta = n\lambda$, где $n = 1, 2, 3, \dots$.

Линии, вдоль которых оптическая разность хода постоянна, называются изохромами, или полосами. Поэтому величина n носит название порядка полосы. В пределах упругости определение изохром подчиняется закону Вертгейма, который экспериментально подтвержден для многих прозрачных полимеров:

$$\sigma_1 - \sigma_2 = (n\lambda / C_B d) = \sigma_0 n / d, \quad (I.2)$$

где C_0 - постоянная материала; d - толщина модели;

$\delta_0 = \lambda / C_0$ - цена полосы материала, показывающая, насколько изменяется разность главных напряжений в образце толщиной 10 мм при изменении порядка изохром на единицу. Она определяется из специальных тарировочных испытаний.

Часто в выражении (I.2) используют постоянную

$$\delta_0^d = \delta_0 / d, \quad (I.3)$$

которую называют ценой полосы модели.

Поскольку $\delta_1 - \delta_2 = 2\tau_{\max}$, изохромы являются линиями постоянных значений максимальных касательных напряжений τ_{\max} . С другой стороны, во многих случаях $\delta_2 \leq 0$ и $\delta_1 - \delta_2 = \delta_{\text{экв}}$. Таким образом, полосы одновременно являются линиями одинаковых эквивалентных напряжений по теории Треска-Сен-Венана. Этим во многом и определяется высокая эффективность метода фотографии упругости при решении практических задач.

в) $\delta = 0$, или $\delta_1 - \delta_2 = 0$. Точки, в которых соблюдается это условие, называются изотропными точками. К ним относятся также точки, в которых напряжения отсутствуют:

Таким образом, при просвечивании нагруженной модели плоскоподогреванным монохроматическим светом на экране установки или на фотопластинке видны две системы темных линий: изохромы и изоклины, а также изотропные точки (области).



Рис. I.3

На рис. I.3 приведена картина полос (концентрические окружности) и изоклины (крестообразные линии) в круглой пластине, в которую с натягом вставлен стальной диск.

Расшифровка интерференционной картины

Для определения напряжений δ_i необходимо получить картины изохром и изоклини отдельно друг от друга. Для их разделения модель просвечивают белым светом. Тогда условие $\delta = \pi \lambda$ выполняется в каждой точке только для определенной длины волны λ_0 . Поэтому на экране изохромы - цветные (отсюда название изохромы - линии одного цвета), а изоклины остаются темными. Эти линии определяют направление главных напряжений. Синхронно поворачивая скрещенные поляроиды на определенный угол от первоначального положения, получают изоклину параметра θ . При изменении угла от 0 до 90° с шагом $10\ldots 15^\circ$ строится поле изоклини для всей модели. На рис. I.4 слева изображены изоклины для плоского диска, скатого по диаметру. Для получения изохром отдельно от изоклини используют круговой поляризатор, в котором устанавливаются две четвертьвольтовые пластинки (см. рис. I.1). Их оптические оси установлены под углом 45° к осям поляризатора и анализатора.



Рис. I.4

Первая пластинка преобразует плоскополяризованный свет в свет, поляризованный по кругу, для которого интенсивность света не зависит от направления главных напряжений. Следовательно, в круговом полярископе отсутствуют условия для образования изоклинов. Вторая пластина компенсирует разность хода, приобретенную за счет первой, поэтому на анализатор попадают два луча света, имеющие одинаковую фазу только вследствие двойного лучепреломления. При отсутствии четвертьволновых пластинок картину полос без изоклинов можно получить методом двойной экспозиции.

Если при фотографировании интерференционной картины в плоском полярископе произвести съемку дважды на один негатив, один раз в первоначальном положении поляроидов, а второй - при одновременном их повороте на 45° , то суммарная освещенность будет строго соответствовать круговой поляризации. Картина изохром в сжатом диске приведена на рис. I.4 (справа).

Изотропные точки от изоклинов можно отличить при вращении скрещенных поляроидов. Изоклины при этом будут смещаться, а изотропные точки останутся на месте.

Определение разности главных напряжений методом полос

Название метода указывает на способ определения оптической разности хода путем наблюдения за изменением изохром при нагружении модели или в результате анализа фотографии картины изохром. Метод применим для материалов, обладающих высокой оптической чувствительностью (эпоксидные смолы ЭД-16, ЭД-20; ОАСО-32 и др.).

Из выражения (I.2) следует, что, для того чтобы определить величину $\sigma_1 - \sigma_2$, необходимо знать порядок полос в точке и оптическую постоянную σ_0 . Существует несколько способов определения порядка полосы n .

1. Наиболее надежным является наблюдение за образованием картины изохром в процессе нагружения модели. Для более точного определения величины n в данной точке при заданной нагрузке P следует построить график $n = f(P)$, имеющий вид прямой линии.

2. При наличии в модели изотропной точки подсчет полос ведется от нее как от полос нулевого порядка.

3. В моделях, имеющих выступающие углы, счет изохром удобно вести от них, так как напряжения, а следовательно, и порядок полос в этих точках равны нулю.

Определение оптической постоянной

Величину σ_0 можно найти путем испытания образцов (растяжение; чистый изгиб; диск, сжатый по диаметру), для которых при определении напряжений имеется теоретическое решение. Например, для растянутого образца (рис. I.5а, сечение I-I)

$$\sigma_0 = P / (\delta n). \quad (I.4)$$

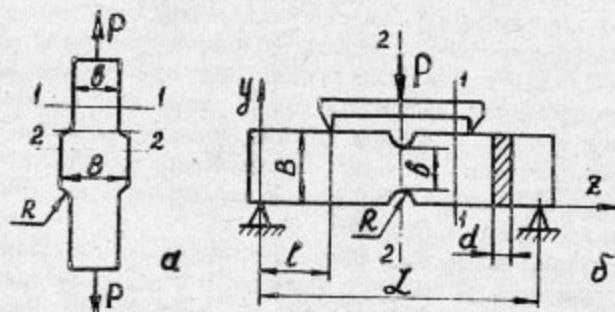


Рис. I.5

При чистом изгибе (рис. I.5б, сечение I-I)

$$\sigma_0 = (3Pl) / (B^2n), \quad (I.5)$$

где n - порядок полосы на наружном контуре модели.

Для диска, сжатого по диаметру (см. рис. I.4)

$$\sigma_0 = (8P) / (\pi D n), \quad (I.6)$$

где D - диаметр диска; n - порядок полосы в центре диска.

Последний способ является более точным, так как при неоднократном использовании образцов в них возникает так называемый "краевой эффект" (изменения оптической разности хода вследствие старения материала), особенно заметный у поверхности модели. Он затрудняет точное определение σ_0 на балке. Порядок полос в центре диска практически не зависит от "краевого эффекта".

Для более точного определения величины σ_0 следует во всех случаях пользоваться графиками $n = f(P)$.

Определение напряжений на свободном контуре

На свободном от нагрузки контуре одно из главных напряжений равно нулю, а другое σ_t направлено по касательной к контуру. Оно может быть найдено из выражения (I.4):

$$\sigma_t = (\sigma_0 n)/d. \quad (I.7)$$

Так как во многих случаях (изгиб, нецентренное растяжение-сжатие и т.д.) максимальные напряжения в деталях возникают именно на контуре, поляризационно-оптический метод позволяет определять их, используя лишь картину полос. Знак контурного напряжения часто может быть определен из условия нагружений моделей. Например, при изгибе балки всегда можно отделить контурную область от сжатой. Изотропные точки, находящиеся на контуре, являются точками, в которых напряжения равны нулю. Они разделяют зоны растяжения и сжатия. Это позволяет определить знак контурного напряжения в любой точке модели, если он известен хотя бы для одной из областей.

В тех случаях, когда знак контурного напряжения из условий нагружения установить не удается, прибегают к специальным методам или используют дополнительные приборы - компенсаторы. Наиболее простым способом определения знака σ_t является так называемая "проба ногтя".

В точке контура, где требуется определить знак напряжения, каким-либо острым предметом (ногтем, лезвием отвертки) прикладывают сжимающую нагрузку и наблюдают за изменением картины изокром. Одностороннее напряженное состояние на контуре можно изобразить с помощью круга Мора (рис. I.6), диаметр которого равен контурному напряжению.

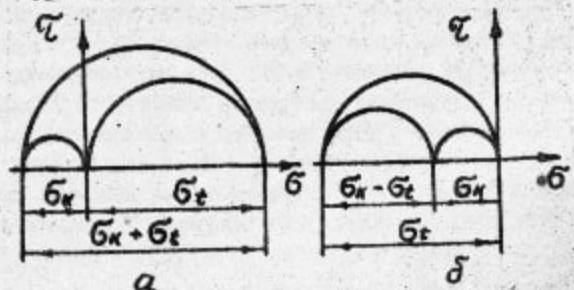


Рис. I.6

Так как по картине изокром нельзя определить, какое это напряжение - отрицательное или положительное, круг Мора может находиться как в положительной, так и отрицательной областях координатной плоскости. Давление на контур σ_k , перпендикулярное краю, создает в этой точке двухосное напряженное состояние, причем одно из главных напряжений σ_k - сжимающее. Если σ_t - напряжение растяжения (рис. 6а), то в этой точке от напряжения сжатия σ_k порядок изокром увеличивается, так как диаметр круга Мора будет равен сумме $\sigma_k + \sigma_t$. Если же σ_t - сжимающее напряжение, то диаметр круга Мора уменьшится до величины $|\sigma_k - \sigma_t|$ (рис. I.6б). Таким образом, при "пробе ногтя" растягивающее напряжение σ_t приведет к увеличению порядка изокром в исследуемой точке, а сжимающее - к снижению его.

Определение теоретического коэффициента концентрации при растяжении и изгибе

Теоретический коэффициент концентрации напряжений находят из выражения

$$K_T = \frac{\sigma_{\max}}{\sigma_n}, \quad (I.8)$$

где σ_{\max} - максимальное напряжение в зоне концентрации напряжений, определяемое с помощью выражения (I.7). Например, в растянутом образце (см. рис. 5а) максимальные напряжения возникают в сечении 2-2. При чистом изгибе модели (см. рис. 5б) опасным также является сечение 2-2; σ_n - номинальное напряжение в детали при отсутствии концентратора напряжений. Для образца, работающего на растяжение, оно вычисляется по формуле

$$\sigma_n = P/F_{\min} = P/(bd). \quad (I.9)$$

При чистом изгибе образца

$$\sigma_n = M_x/W_x^{\min} = (3Pl)/(b^2 d) \quad (I.10)$$

Построение эпюры нормальных напряжений на наружной поверхности модели при изгибе (экспериментальная проверка принципа Сен-Венана)

Используя выражение (I.7), можно построить эпюру максимальных нормальных напряжений по длине балки и сравнить ее с графиком, полученным из теоретического решения.

Рассмотрим схему, изображенную на рис. I.5б. На участке $0 \leq z \leq l$ изгибющий момент изменяется по закону $M_x = (Pz)/2$, а при $l \leq z \leq (L-l)$ $M_x = (Pl)/2$. Напряжения на этих участках теоретически определяют из выражения $\sigma_{max} = M_x/W_x$, где $(B^2d)/6 = W_x$. Сравнение теоретического и экспериментального решений позволяет определить границы действия местных возмущений (зона приложения нагрузки, концентрация напряжений).

Переход от модели к реальной детали

Модели для исследования напряженного состояния поляризационно-оптическим методом изготавливают подобными реальной детали. Пересчет напряжений с модели (м) на деталь (д) при известных внешних нагрузках производится по формуле

$$\bar{\sigma}_{ij} = \frac{d_m}{d_d} \cdot \frac{l_m}{l_d} \cdot \frac{P_d}{P_m} \cdot \sigma_{ij}^m \quad (I.11)$$

Однако в случае геометрического подобия модели и детали вместо выражения (I.11) удобнее использовать критерий подобия в виде безразмерного напряжения (по аналогии с вычислением коэффициента концентрации напряжений):

$$\bar{\sigma}_{ij}^n = \sigma_{ij}^m / \sigma_n^m \quad (I.12)$$

где σ_{ij}^m – напряжение в модели; σ_n^m – номинальное напряжение в модели, определяемое по формулам сопротивления материалов. Тогда напряжение в соответствующей точке детали находят из выражения

$$\sigma_{ij}^d = \bar{\sigma}_{ij} \sigma_n^d \quad (I.13)$$

где σ_n^d – номинальное напряжение в детали.

Помимо указанных факторов при моделировании учитывают и влияние упругих постоянных модели и натуры (модуль упругости и

коэффициент Пуассона) [I]. Однако это обстоятельство во многих случаях не является существенным.

ПОРЯДОК ИСПОЛНЕНИЯ РАБОТЫ

1. Ознакомиться с устройством полярископа БПУ ИМАШ КБ-2.
2. Определить оптическую постоянную b_0 при чистом изгибе балки и на диске, скатом по диаметру. Результаты исследования занести в табл. I.1 и изобразить на графике (рис. I.7).

Таблица I.1

Порядок полос, n	Нагрузка P , Н	
	Балка	Диск
1		
2		
3		
4		

Задаваясь значением ΔP ($\Delta n = 1, 2, \dots$), по графикам определить ΔP_1 и ΔP_2 для балки и диска соответственно. Затем по формулам (I.5) и (I.6) вычислить оптические постоянные:

$$\bar{\sigma}_{01} = \frac{3 \Delta P_1}{B^2 \Delta n}, \quad \bar{\sigma}_{02} = \frac{8 \Delta P_2}{\pi D \Delta n}.$$

Сопоставить полученные значения.

3. Определить теоретические коэффициенты концентрации K_t на одном и том же образце при растяжении и чистом изгибе. Сравнить полученные значения K_t .
4. Сфотографировать картину полос при изгибе балки и построить эпюры контурных напряжений. Экспериментальные данные занести в табл. I.2. Сравнить результаты эксперимента и теоретического расчета графически.

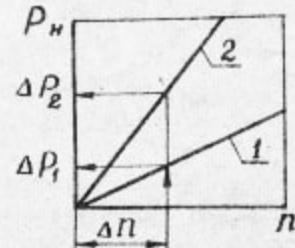


Рис. I.7

Таблица I.2

$z, \text{мм}$	$\xi = z / l$	n	$\sigma_{\max}, \text{МПа}$

5. Определить максимальное напряжение в детали при заданных значениях d_m / d_d ; i_m / i_d ; P_d / P_m .

6. Составить отчет.

ТРЕБОВАНИЯ К ОТЧЕТУ

Отчет по лабораторной работе должен содержать:

1. Краткое описание методики исследования со схемами нагружения моделей.
2. Фотографии и рисунки, полученные при эксперименте.
3. Таблицы с исходными данными и вспомогательные графики.
4. Результаты исследования в виде зон, графиков, таблиц или машинных распечаток.

Работа № 2. ИССЛЕДОВАНИЕ НАПРЯЖЕННОГО СОСТОЯНИЯ ПЛОСКИХ МОДЕЛЕЙ СЛОЖНОЙ ФОРМЫ

Цель работы - изучение приемов определения коэффициентов концентрации напряжений с помощью поляризационно-оптического метода на моделях реальных деталей и освоение методики определения касательных напряжений.

Продолжительность работы - 4 часа.

ТВОРЧЕТИСКАЯ ЧАСТЬ

Определение коэффициентов концентрации напряжений в проушине типа головки шатуна

Детали с концентраторами напряжений должны быть спроектированы таким образом, чтобы коэффициенты концентрации в них были наименьшими. Для этого проводятся предварительные исследования

моделей таких деталей, на которых определяются их основные геометрические размеры. Рассмотрим, например, плоскую модель головки шатуна (рис. 2.1). Прочность такой детали существенно зависит от степени концентрации напряжений в галтели (точка А) и в отверстии (точка В). В этих точках коэффициент концентрации может быть подсчитан по формуле (I.8). В действительности напряженное состояние в точке В - двухосное, так как в отверстии действует контактное давление. Но в области максимальных напряжений оно невелико и им можно пренебречь. Номинальное напряжение в точке А определяют из выражения $\sigma_n = P / (b d)$, а для точки В - по формуле $\sigma_n = P / [2(R_2 - R_1)d]$, где d - толщина модели.

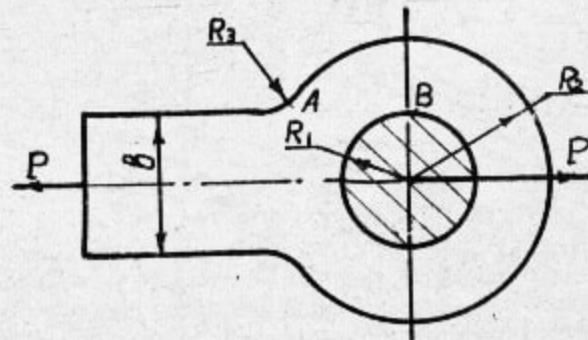


Рис. 2.1

Определение касательных напряжений

Касательные напряжения τ_{xy} (рис. 2.2), действующие в произвольном сечении плоской модели, находят из выражения

$$\tau_{xy} = \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2} \sin 2\theta', \quad (2.1)$$

где θ' - угол между нормалью к площадке, в которой действует касательное напряжение, и направлением главного напряжения σ_1 . В общем случае он не равен параметру изоклины θ . Из рис. 2.2 следует, что

$$\theta' = \alpha_1 - \theta, \quad (2.2)$$

где α'_1 — угол наклона оси x к координатным осям. Знак касательного напряжения τ_{xy} может быть получен путем перемножения знаков его индексов. Например, изображение на рис. 2.2а напряжение положительно, так как нормаль к площадке, в которой оно действует, и его направление противоположны положительным направлениям осей x и y : $\tau_{(x)(-y)} = \tau_{xy}$. Касательное напряжение отрицательно (рис. 2.2б). Так как τ_{xy} всегда направлено от нормали N к линии действия главного напряжения σ_1 [7], то положительному значению τ_{xy} соответствует $\theta' > 0$.

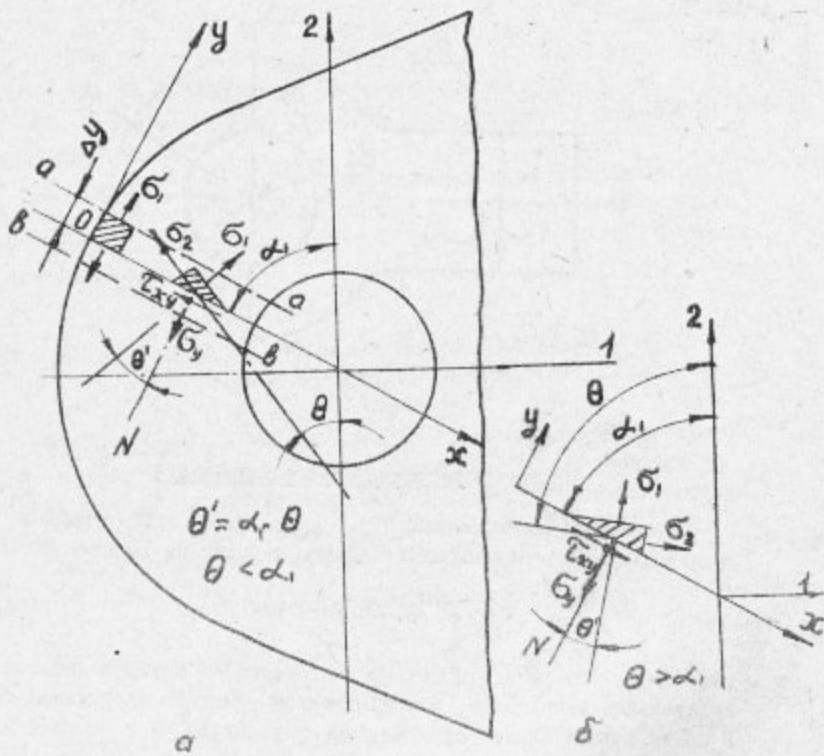


Рис. 2.2

Выражение (2.1) может быть представлено также в виде

$$\tau_{xy} = \sigma_{\max} \sin 2\theta'. \quad (2.3)$$

Подставив в выражение (2.3) (I.2), (I.3), получим

$$\tau_{xy} = \frac{\sigma_0 n}{2} \sin 2\theta'. \quad (2.4)$$

Таким образом, для вычисления касательных напряжений необходимо иметь картины изокром и изоклинов.

Определение направлений главных напряжений

При плоском напряженном состоянии угол наклона главных напряжений определяется соотношением

$$\operatorname{tg} 2\theta = (2\tau_{xy}) / (\sigma_x - \sigma_y). \quad (2.5)$$

Поэтому уравнение изоклины имеет вид

$$(2\tau_{xy}) / (\sigma_x - \sigma_y) = \text{const}. \quad (2.6)$$

Ее положение не зависит от приложенной к модели нагрузки, вследствие чего можно увеличить четкость изображения этих линий на экране изменением усилия. Для более точного построения поля изоклини следует помнить их основные свойства:

1. Через каждую точку нагруженной модели, за исключением изотропных точек и точек, в которых приложена сосредоточенная сила, проходит только одна изоклина.

2. Через изотропные точки и точки приложения сосредоточенных сил проходят изоклины всех параметров. Такое же явление наблюдается в остром надрезе.

3. На ненагруженном контуре, где имеет место только одно главное напряжение, направленное вдоль контура, параметр изоклины определяется углом наклона касательной к контуру. Поэтому прямолинейный участок контура представляет собой изоклину одного параметра.

4. Если модель имеет ось геометрической и силовой симметрии, то эта ось является изоклиной. Все остальные изоклины будут расположены симметрично относительно нее.

5. Изоклина параметра Θ совпадает с изоклиной параметра $\theta \pm \frac{\pi}{2}$.

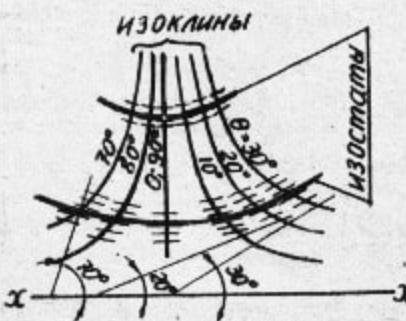


Рис. 2.3

Поле изоклинов может быть использовано для определения траекторий главных напряжений σ_1 и σ_2 , которые называются изостатами. Для этого на каждой изоклине наносят ряд штрихов, наклоненных к оси x под углом θ , равным параметру изоклины. Планые кривые, касательные к этим штрихам, являются изостатами одного семейства (рис. 2.3). Аналогично строятся и траектории главных напряжений второго семейства, которые будут ортогональны линиям первого семейства. При этом следует знать следующие основные свойства изостат:

1. Если хотя бы в одной точке модели напряжение, касательное к одной из линий семейства изостат, окажется наибольшим главным напряжением σ_1 , то и все напряжения, касательные к кривым данного семейства, будут наибольшими главными. Поэтому, определив напряжение на контуре модели, можно установить направление σ_1 и σ_2 в любой ее точке.
2. Свободный от внешних сил контур модели является изостатой. Линии второго семейства изостат перпендикулярны ему. Прямолинейный контур одновременно является изоклиной и изостатой.
3. Ось геометрической и силовой симметрии является изостатой.

ПОРЯДОК ВЫПОЛНЕНИЯ РАБОТЫ

1. Сфотографировать картину изокром в модели при заданной нагрузке.
2. Зарисовать поле изоклинов при изменении θ в пределах $0 \leq \theta \leq 90^\circ$ с шагом $\Delta\theta = 10^\circ$.
3. Определить коэффициенты концентрации в модели при заданной оптической постоянной модели b_o .
4. Определить направления главных напряжений в заданном сечении.
5. Построить эпюру касательных напряжений τ_{xy} в заданном сечении.
6. Составить отчет.

Работа № 3. ИССЛЕДОВАНИЕ КОНТАКТНЫХ НАПРЯЖЕНИЙ В ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ СОПРЯЖЕНИЯХ НА ПЛОСКИХ МОДЕЛЯХ

Цель работы – изучение методики определения компонентов тензора напряжений в контактных задачах путем численного решения дифференциальных уравнений равновесия по данным оптических измерений.

Продолжительность работы – 4 часа.

ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ

При контактном взаимодействии двух деталей по цилиндрическим поверхностям (запрессовка круглых шайб в пластинки, нагрузжение проушин сосредоточенной силой, приложенной в центре диска, вставленного в отверстие с натягом или без него) (рис. 3.1) максимальные напряжения возникают в большинстве случаев на границе контакта. Напряженное состояние в этой зоне является двухосным. Поэтому для определения коэффициентов концентрации необходимо предварительно осуществить разделение напряжений. Для этого чаще всего используют методику, основанную на численном интегрировании дифференциальных уравнений равновесия (метод "разности касательных напряжений"). Эти уравнения при отсутствии объемных сил имеют вид

$$\frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial y} = 0; \quad \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_y}{\partial y} = 0. \quad (3.1)$$

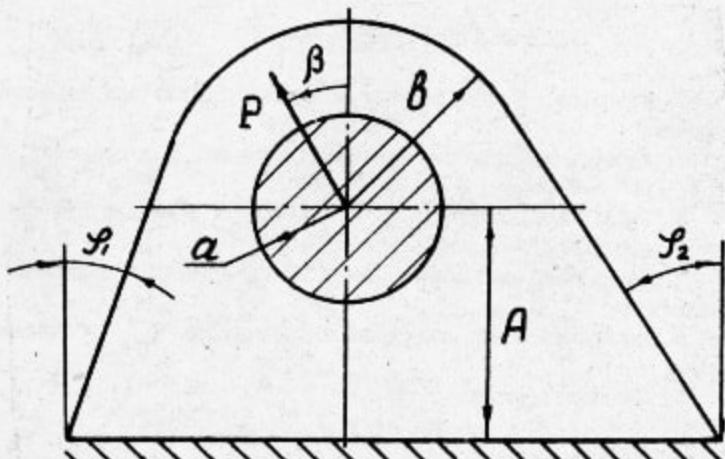


Рис. 3.1

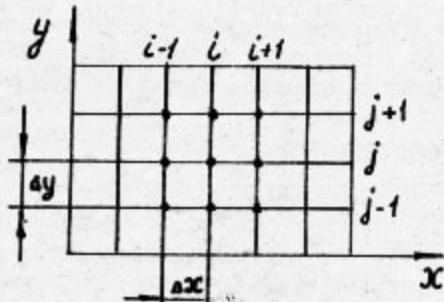


Рис. 3.2

Пусть требуется определить напряжение вдоль оси x (рис. 3.2). Для произвольной точки с координатами i, j первое уравнение системы (3.1), представленное в конечных разностях, имеет вид

$$\frac{(\sigma_x)_{i+1,j} - (\sigma_x)_{i-1,j}}{2 \Delta x} + \frac{(\tau_{yx})_{i,j+1} - (\tau_{yx})_{i,j-1}}{2 \Delta y} = 0$$

Обозначив $(\tau_{yx})_{i,j+1} - (\tau_{yx})_{i,j-1} = (\Delta \tau_{yx})_{ij}$, получим

20

$$(\sigma_x)_{i+1,j} = (\sigma_x)_{i-1,j} - (\Delta \tau_{yx})_{ij} \frac{\Delta x}{\Delta y}. \quad (3.2)$$

При $\Delta x = \Delta y$ уравнение (3.2) упрощается:

$$(\sigma_x)_{i+1,j} = (\sigma_x)_{i-1,j} - (\Delta \tau)_{ij}. \quad (3.3)$$

Таким образом, в общем случае напряжение σ_x в произвольной точке модели определяется из выражения

$$\sigma_x = \sigma_{x_0} - \sum_{i=1}^m \frac{\Delta \tau_{yx}}{\Delta y} \Delta x. \quad (3.4)$$

Интегрирование начинается чаще всего на свободном от нагрузки контуре, где $\sigma_{x_0} = \sigma_t \cos^2 \beta$, а σ_t находит по формуле (1.7), β — угол, образованный осью x и касательной к контуру. Значение $\Delta \tau_{yx}$ в процессе интегрирования определяется как разность касательных напряжений, вычисленных вдоль вспомогательных сечений, расположенных по разные стороны от основного сечения на малом расстоянии Δy . Касательные напряжения в этих сечениях вычисляются по формуле (2.4). Если ось x направить по нормали к контуру внутреннего отверстия (см. рис. 2.2), то вычислительные операции в ряде случаев можно упростить. Подставим в первое уравнение системы (3.1) значение τ_{yx} из (2.4). После дифференцирования оно примет вид

$$\frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\sigma_y^d}{2} \left(\frac{\partial n}{\partial y} \sin 2\theta' + 2n \cos 2\theta' \frac{\partial \theta'}{\partial y} \right) = 0. \quad (3.5)$$

Интегрируя и переходя к суммированию, получим

$$\sigma_x = \sigma_{x_0} - \sigma_y^d \sum_{i=1}^m \left(\frac{\partial n}{\partial y} \sin 2\theta' + n \cos 2\theta' \Delta \theta' \right) \frac{\Delta x}{\Delta y}, \quad (3.6)$$

$$\text{где } \Delta n = n_{i,j+1} - n_{i,j-1}; \quad \Delta \theta' = \theta'_{i,j+1} - \theta'_{i,j-1}.$$

Выражение (3.6) в общем случае не дает существенного сокращения вычислений. Однако при определении напряжений вдоль оси симметрии ($\theta' = 0$) оно упрощается:

$$\sigma_x = \sigma_{x_0} - \sigma_y^d \sum_{i=1}^m n \cdot \Delta \theta' \frac{\Delta x}{\Delta y}. \quad (3.7)$$

Следует иметь в виду, что слишком малые значения Δx и Δy (менее 2 мм) могут привести к погрешностям вследствие трудностей при определении приращений величин, входящих в уравнение равновесия. Обычно Δx и Δy принимают равными 2...5 мм.

Второе нормальное напряжение σ_y' может быть определено из выражения

$$\sigma_y' = \sigma_x' \pm \sqrt{(\sigma_1' - \sigma_2')^2 + 4\tau_{xy}'^2} \quad (3.8)$$

Если $\sigma_y' > \sigma_x'$, то знак в формуле (3.8) положителен. Алгебраически большим является напряжение, направление которого составляет угол меньше 45° к направлению σ_x' . Напряжение σ_y' можно подсчитать также с помощью формулы

$$\sigma_y' = \sigma_x' - (\sigma_1' - \sigma_2') \cos 2\theta'. \quad (3.9)$$

При ручной обработке экспериментов исходные данные и результаты расчетов заносят в таблицу (табл. 3.1).

Таблица 3.1

№ точки	Сечение												
	j+1			j-1			j						
	n	θ'	$\sin 2\theta'$	τ_{xy}'	n	θ'	$\sin 2\theta'$	τ_{xy}'	τ_{xy}'	$\Delta \tau_{xy}'$	σ_x'	θ'	$\cos 2\theta'$
I													
2													
3													
4													

Главные напряжения σ_1' и σ_2' в сечении при известных σ_x' , σ_y' и τ_{xy}' определяют из соотношения

$$\sigma_{1,2}' = \frac{\sigma_x' + \sigma_y'}{2} \pm \tau_{\max}. \quad (3.10)$$

Использование программы FOTOELASTⁱ позволяет сократить трудоемкость работы. При ее применении с клавиатуры вводят занесенные предварительно в табл. 3 значения порядков полос и углов θ' . Работа выполняется в диалоговом режиме.

ПОРЯДОК ВЫПОЛНЕНИЯ РАБОТЫ

1. Сфотографировать картину изохром в модели.
2. Зарисовать поле изоклий при повороте поляроподов с шагом $\Delta \theta = 10\dots 15^\circ$.
3. Результаты измерений порядков полос и углов θ' занести в табл. 3.1.
4. При наличии ПЭВМ ввести данные и распечатать с экрана эпоры напряжений.
5. При отсутствии ПЭВМ провести разделение напряжений и построить эпоры.
6. Составить отчет.

Работа № 4. ИССЛЕДОВАНИЕ НАПРЯЖЕННОГО СОСТОЯНИЯ ОБЪЕМНЫХ ТЕЛ

Цель работы – освоение методики исследования концентрации напряжений с помощью объемных моделей.

Продолжительность работы – 4 часа.

ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ

Основы объемной фотоупругости

Для изучения трехосного напряженного состояния в объемных моделях чаще всего используются методы "замораживания" и "оптически чувствительных вклейек".

При использовании первого метода модель изготавливается из материалов на основе эпоксидных смол (ЭД-16, ЭД-20 и др.) [1, 6]. В процессе эксперимента ее нагревают в термостате до так называемой температуры "замораживания" ($t_3 = 120\dots 130^\circ\text{C}$), после чего к ней прикладывается нагрузка. При медленном охлаждении до комнатной температуры деформации, возникшие в модели, и соответствующий им оптический эффект оказываются зафиксированными или "замороженными" после снятия нагрузки.

Это явление наиболее наглядно объясняется с помощью модели двухфазной среды, согласно которой материал должен состоять из двух составляющих, имеющих разные температуры плавления. При нагревании такого материала до температуры "замораживания" одна из фаз размягчается, а другая остается твердой, образуя скелет тела. После нагружения образца и снижения температуры

Разделение напряжений в пространственных задачах

до затвердения жидкой фазы последняя будет удерживать тело в деформированном состоянии. Примером такой модели может служить губка, смоченная водой. Если эту губку сжать и охладить до образования льда, деформация сохраняется и после снятия нагрузки. Охлажденную модель разрезают на тонкие пластинки (резцы), которые изучают в поларископе как плоские модели. Поскольку в материале фиксируются оптические свойства, соответствующие температуре "замораживания", одновременно с испытанием модели в термостате должно быть проведено нагружение тарировочного образца.

Коэффициент Пуассона эпоксидной смолы в процессе нагрева до температуры "замораживания" изменяется от 0,35 до 0,5. В некоторых случаях это приводит к существенным погрешностям при моделировании. Данный метод неприменим для исследования моделей, изготовленных из разных материалов, так как вследствие различия коэффициентов линейного расширения возможно их разрушение.

При использовании метода "оптически чувствительных вклейек" прозрачный образец изготавливается из специального оптически нечувствительного стекла (ОНО), а в необходимое для исследования сечение вклеивается тонкая пластина из материала с высокой оптической чувствительностью. Механические свойства этих материалов должны быть одинаковыми. При нагружении модели напряжения в плоскости вклейки определяются так же, как и в плоской модели. Если наружные плоскости модели не перпендикулярны направлению падающего луча света, то модель помещают в прозрачный сосуд с иммерсионной жидкостью (смесь вазелинового масла и α -бромнафталина). Показатель преломления жидкости подбирается одинаковым с показателем преломления материала модели [6].

При использовании второго метода для полного анализа напряженного состояния в интересующей области необходимо большее число моделей, чем при методе "замораживания", но не требуется дополнительного оборудования (термостат) и сокращается время на проведение эксперимента. Кроме того, используя второй метод, можно исследовать и составные модели.

В настоящей лабораторной работе применен метод "оптически чувствительных вклейек".

При использовании методов "замораживания" и "оптически чувствительных вклейек" рассматривается оптическая картина, получаемая в тонкой пластине, вырезанной из модели или вклейкой в нее. Для исследования напряженного состояния в этой пластине в основном применяется методика, рассмотренная при изучении плоских задач.

Наибольшее и наименьшее напряжение в такой пластине σ_1' и σ_2' называют квазиглавными, а их разность находят с помощью закона Вертгейма:

$$\sigma_1' - \sigma_2' = \sigma_0^d n, \quad (4.1)$$

где $\sigma_0^d = \sigma_0 / d$ — оптическая постоянная вклейки или пластины, вырезанной из модели.

Помимо разности квазиглавных напряжений определяют параметры квазизоклий, с помощью которых находят касательные напряжения вдоль произвольной оси x , а также разность нормальных напряжений в плоскости пластины

$$\tau_{xy} = \frac{\sigma_1' - \sigma_2'}{2} \sin 2\theta', \quad (4.2)$$

$$\sigma_x - \sigma_y = (\sigma_1' - \sigma_2') \cos 2\theta', \quad (4.3)$$

где θ' — угол между осью x и направлением σ_1' .

Для полного анализа напряженного состояния в точке в общем случае необходимо испытать три одинаковые модели с вклейками в трех взаимно перпендикулярных плоскостях, в которых могут быть получены следующие величины: $(\sigma_x - \sigma_y)$, $(\sigma_y - \sigma_z)$, $(\sigma_z - \sigma_x)$, τ_{xy} , τ_{yz} , τ_{zx} .

Разделение напряжений проводят численным интегрированием дифференциальных уравнений равновесия.

Изучение концентрации напряжений в металло пластмассовой полосе при нагружении ее цилиндрическим жестким штампом

Одним из примеров исследования объемной конструкции методом оптически чувствительных вклейек является изучение концентрации напряжений в бесконечной полосе, заделанной с одной сто-

рони и нагруженной цилиндрическим жестким штампом с другой (рис. 4.1). К данной расчетной схемеводится задача, связанные с расчетом обрезиненных валов и катков. В процессе нагружения детали в зоне сопряжения отдельных элементов (в плоскости $z \times$) возникает концентрация напряжений, которая в реальных конструкциях снижается за счет придания боковым сторонам небольших углов наклона β . Для изучения влияния геометрии поперечного сечения полосы на напряженное состояние в зоне соединения резины с металлической арматурой (в заделке) используется модель полосы, выполненная из оргстекла ОНС с оптически чувствительной вклейкой толщиной d из материала марки ОАСО-32 в среднем сечении. Модули упругости и коэффициенты Пуассона этих материалов одинаковы ($E = 3,1 \text{ ГПа}$, $\mu = 0,37$). Полоса, приклеенная нижней плоскостью к металлической арматуре, нагружается вдоль оси симметрии цилиндрическим штампом с радиусом R , выполненным из алюминиевого сплава. Основные размеры модели определяются в процессе проведения лабораторной работы.

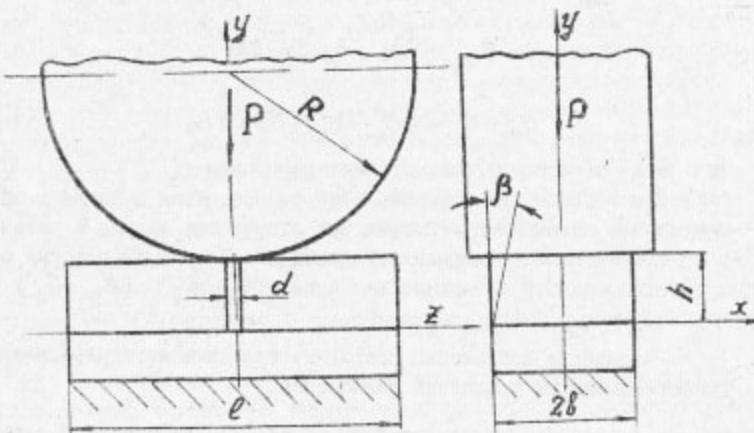


Рис. 4.1

В рассмотренном примере опасным сечением является среднее сечение модели, лежащее в плоскости xy . Вследствие симметрии касательные напряжения τ_{xz} и τ_{yz} в нем отсутствуют. Для анализа напряженного состояния воспользуемся одним из уравнений равновесия, представив его в виде

26

$$\sigma_x = \sigma_{x_0} - \int_0^x \left(\frac{\partial \epsilon_{yx}}{\partial y} + \frac{\partial \epsilon_{zx}}{\partial z} \right) dx, \quad (4.4)$$

где σ_{x_0} — напряжение на боковой поверхности полосы.

Значение $\partial \epsilon_{yx} / \partial y$ можно получить при просвечивании модели поляризованным светом вдоль оси z , используя методику, изложенную при решении плоской задачи (см. работу № 3). Для определения производной $\partial \epsilon_{zx} / \partial y$ нужно получить результаты просвечивания моделей с вклейками, параллельными плоскости xz . При наличии непрозрачной арматуры выполнение этой операции не представляется возможным. Однако в плоскости xz (в заделке) касательные напряжения τ_{zx} равны нулю. Так как в поставленной задаче рассматривается именно эта зона, то уравнение (4.4) приводится к виду

$$\sigma_x = \sigma_{x_0} - \int_0^x \frac{\partial \epsilon_{yx}}{\partial y} dx. \quad (4.5)$$

Решение этого уравнения и определение второго нормального напряжения σ_y рассмотрено в работе № 3. Для сечений, близких к заделке, данное уравнение будет приближенным, причем степень приближения будет тем выше, чем ближе это сечение к зоне соединения полосы с жесткой арматурой.

Напряжение σ_z нельзя определить при исследовании только одной модели с вклейкой в плоскости xy . Однако на боковой поверхности его можно подсчитать, используя комбинированную методику, где наряду с методом фотоупругости используется другой экспериментальный метод — тензометрия [5]. Действительно, наклеив на боковую поверхность тензорезисторы сопротивления, ориентированные вдоль оси z , можно найти деформацию ϵ_z . Если ось x направлена перпендикулярно к боковой поверхности модели, напряжение $\sigma_{x_0} = 0$, а напряжение σ_{y_0} определяется из выражения $\sigma_y = \sigma_{x_0} \frac{d}{h}$. Используя одно из уравнений обобщенного закона Гука и полагая в нем $\sigma_{x_0} = 0$, получим

$$\sigma_{x_0} = E \epsilon_z + \mu \sigma_{y_0}.$$

Определение коэффициента концентрации напряжений

Коэффициент концентрации напряжений для полосы определяется в заделке по формуле

$$K_t = \sigma_y^{\max} / \sigma_y^n,$$

где σ_y^{\max} – максимальное напряжение сжатия; σ_y^n – номинальное напряжение, определяемое в середине сечения.

ПОРЯДОК ВЫПОЛНЕНИЯ РАБОТЫ

1. Произвести нагружение модели с заданным углом наклона боковых плоскостей β и сфотографировать картину изохром.
2. Зарисовать поле изохром.
3. Произвести разделение напряжений в заделке. Результаты измерений и вычислений занести в таблицу (табл. 3.1).
4. Определить коэффициент концентрации в заделке.
5. Составить отчет.

Работа № 5. ИССЛЕДОВАНИЕ КОНТАКТНЫХ НАПРЯЖЕНИЙ В ОБЪЕМНЫХ ДЕТАЛЯХ, ОБЛАДАЮЩИХ ОСЕВОЙ СИММЕТРИЕЙ

Цель работы – изучение методики экспериментального исследования концентрации напряжений в осесимметричных оболочках.
Продолжительность работы – 4 часа.

ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ

Особенности разделений напряжений в осесимметричной задаче

При экспериментальном исследовании оболочек, обладающих осевой симметрией, используются уравнения в цилиндрических координатах

$$\frac{\partial \sigma_r}{\partial r} + \frac{\sigma_r - \sigma_\theta}{r} + \frac{\partial \tau_{rz}}{\partial r} = 0, \quad (5.1)$$

$$\frac{\partial \sigma_z}{\partial z} + \frac{\tau_{rz}}{r} + \frac{\partial \tau_{rz}}{\partial r} = 0.$$

Возможны два варианта расчета с помощью этих уравнений. Первый вариант предполагает использование только одной модели, имеющей оптически чувствительную вклейку или орез в меридиональной плоскости (рис. 5.1).

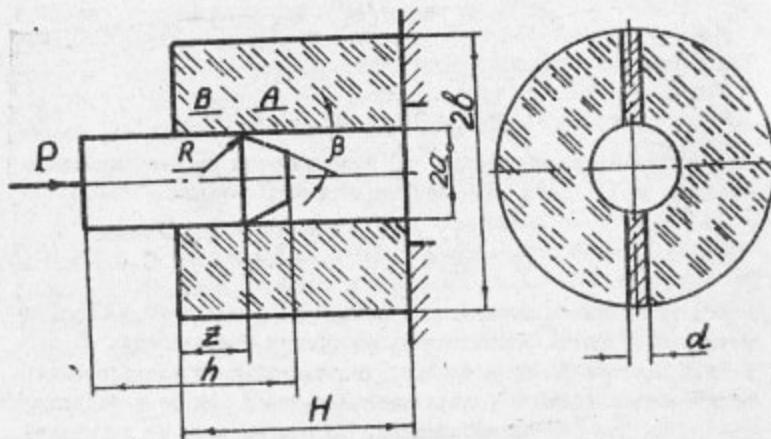


Рис. 5.1

В результате просвечивания модели лучом света, перпендикулярным плоскости пластинки из пьезооптического материала, в ней определяются изохромы и изоклины, необходимые для вычисления касательного напряжения τ_{rz} :

$$\tau_{rz} = \frac{\sigma_0 d n}{2} \sin 2\theta'. \quad (5.2)$$

Интегрируя второе уравнение системы (5.1), находят нормальные напряжения σ_z :

$$\sigma_z = \sigma_{z_0} - \int_0^z \left(\frac{\tau_{rz}}{r} + \frac{\partial \tau_{rz}}{\partial r} \right) dz, \quad (5.3)$$

где σ_{z_0} – напряжение на краю модели.
Последнее выражение в конечных разностях имеет вид

$$\sigma_z = \sigma_{z_0} - \sum_{i=1}^m \left(\frac{2\tau_{rz}}{r} + \frac{\Delta \tau_{rz}}{\Delta r} \right) \Delta z, \quad (5.4)$$

где $\Delta\tau_{rz} = (\tau_{rz})_{i,j+1} - (\tau_{rz})_{i,j-1}$.

Напряжение σ_r определяется по формуле

$$\sigma_r = \sigma_z \pm \sqrt{(\sigma_1' - \sigma_2')^2 - 4\tau_{rz}^2} \quad (5.5)$$

или с помощью уравнения

$$\sigma_r = \sigma_z - (\sigma_1' - \sigma_2') \cos 2\theta'. \quad (5.6)$$

Для определения напряжения σ_θ используется первое выражение системы (5.1), которое можно представить в виде

$$\sigma_\theta = \frac{\partial}{\partial r} (\sigma_r r) + \frac{\partial \tau_{zr}}{\partial z} r. \quad (5.7)$$

Перед вычислением первой производной по формуле (5.7) предварительно строится вспомогательный график произведения $\sigma_r r$. Второй вариант расчета требует дополнительного исследования нескольких моделей с радиальными вклейками или соответствующих срезов из "замороженной" модели. По результатам их испытаний определяют разность нормальных напряжений $\sigma_\theta - \sigma_r$:

$$\sigma_\theta - \sigma_r = \sigma_\theta^d n_1, \quad (5.8)$$

где n_1 — порядок полос в плоскости $r\theta$. Радиальное напряжение σ_r находят путем интегрирования первого уравнения системы (5.1).

$$\sigma_r = \sigma_{r_0} - \int_0^r \left(\frac{\sigma_\theta - \sigma_r}{r} + \frac{\partial \tau_{zr}}{\partial z} \right) dr, \quad (5.9)$$

которое в конечных разностях имеет вид

$$\sigma_r = \sigma_{r_0} - \sum_{k=1}^5 \left[2 \frac{(\sigma_r - \sigma_\theta)}{r} - \frac{\Delta \tau_{zr}}{\Delta z} \right] \Delta r, \quad (5.10)$$

где $\Delta \tau_{zr} = (\tau_{zr})_{k,i+1} - (\tau_{zr})_{k,i-1}$.

Касательные напряжения τ_{rz} определяют путем испытания модели с меридиональной вклейкой так же, как и в первом случае.

Тогда напряжение σ_θ получают из уравнения (5.8)

$$\sigma_\theta = \sigma_\theta^d n_1 + \sigma_r.$$

Для определения напряжения σ_z используют уравнения (5.5) или (5.6).

Первый вариант позволяет существенно сократить время подготовки к проведению эксперимента, так как для его реализации достаточно испытания одной модели. Однако точность определения окружного напряжения σ_z в данном случае низка из-за необходимости численного определения сразу двух производных в уравнение (5.7). Второй вариант является более трудоемким, но при качественном изготовлении моделей дает более высокую точность.

Изучение контактных напряжений в прессовом соединении

В процессе запрессовки стержня в толстостенный цилиндр (см. рис. 5.1) на контактной поверхности возникает концентрация напряжений. Основными зонами повышенных напряжений в данном случае являются область А, в которой происходит начальный контакт заходной части болта с деталью, и край детали (точка В). В соединении на всю глубинухватываемой детали и при отсутствии осевой силы напряжения в точках А и В становятся одинаковыми. Если же болт не вышел из отверстия, напряжения в этих точках различны и зависят от условий постановки, геометрии заходной части стержня и свойств материала соединения. Под действием нагрузки P напряжения в этих точках отличаются при любом положении стержня в отверстии. В настоящей работе при исследовании напряжений в прессовом соединении используется цилиндрическая модель из ОНС, в меридиональную плоскость которой вклеена пластина из оптически чувствительного материала ОАСС. Оптическая постоянная вклейки толщиной $d = 3,8$ мм составляет $G_0 = 3,2$ МПа, модуль упругости и коэффициент Пуассона модели равны соответственно $E = 3,1$ ГПа, $\mu = 0,37$. В цилиндр на заданную глубину Z запрессовывается палец с конической заходной частью. Основные размеры сопрягаемых деталей (a, b, h, H, β), а также относительный натяг Δ определяются в процессе эксперимента. Возможна запрессовка стержней, выполненных из оргстекла ($E_1 = E_2 = \mu_1 = \mu_2$) и алюминиевого сплава Д16Т ($E = 7,2 \cdot 10^4$ МПа, $\mu = 0,32$).

При регистрации картины изображения модель помещается в прозрачный сосуд с иммерсионной жидкостью (вазелиновое масло). По результатам оптических измерений при линчной обработке

ке с помощью формул (5.2), (5.4), (5.6) определяются напряжения τ_{1r} , σ_1 и σ_r в контактной зоне. Результаты вычислений заносятся в таблицу, аналогичную табл. 3.1.

Определение коэффициентов концентрации напряжений

По картине полос вдоль линии контакта определяются наибольшие значения максимальных касательных напряжений в точках А и В:

$$\tau_{\max} = \frac{\sigma_1' - \sigma_2'}{2} = \frac{\sigma_0 d}{2} n_{\max}. \quad (5.11)$$

Коэффициенты концентрации находят из выражения

$$K_r = \tau_{\max} / \tau_{\max}^n, \quad (5.12)$$

где τ_{\max}^n — номинальное максимальное касательное напряжение в меридиональной плоскости. Оно определяется при запрессовке пальца на всю длину контактной поверхности ($P = 0$). Так как в этом случае на внутренней поверхности отверстия $\sigma_z = 0$, а радиальное напряжение σ_r равно номинальному контактному давлению p , получим $\tau_{\max}^n = p/2$, где p определяется с помощью формулы

$$p = \Delta \left[\frac{1}{E_1} (1 - \mu_1) + \frac{1}{E_2} \left(\frac{1 + \alpha^2}{1 - \alpha^2} + \mu_2 \right) \right]^{-1}.$$

Здесь $\Delta = \frac{\alpha \alpha}{\alpha - 1}$, $\alpha = \frac{a}{b}$.

ПОРЯДОК ВЫПОЛНЕНИЯ РАБОТЫ

- Произвести запрессовку пальца в модель на заданную глубину Z .
- Сфотографировать картину изохром при $P = 0$ и при заданной нагрузке.
- Зарисовать картину изоклинов при $P \neq 0$.
- Результаты измерений порядков полос и углов θ' занести в таблицу.

5. При наличии ПЭВМ ввести данные и распечатать эпюры напряжений.

6. При отсутствии ПЭВМ провести разделение напряжений и построить эпюры.

7. Определить коэффициенты концентрации в точках А и В при $P=0$ и $P \neq 0$.

8. Составить отчет.

Работа № 6. ИЗУЧЕНИЕ РЕЛАКСАЦИИ НАПРЯЖЕНИЙ В ПРЕССОВОМ СОЕДИНЕНИИ МЕТОДОМ ФОТОПОЛЗУЧСТИ

Цель работы — изучение методики решения контактных задач методом фотоползучести на примере запрессовки абсолютно жесткой шайбы в круглую пластину из вязкоупругого материала.

Продолжительность работы — 6 часов.

ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ

При анализе напряженного состояния в элементах конструкций в определенных случаях приходится учитывать зависимость напряжений и деформаций от времени. Это явление, называемое ползучестью, у металлов проявляется при повышенной температуре, а у полимеров — уже при комнатной температуре. В материалах, применяемых для поляризационно-оптического метода, с течением времени наблюдается также изменение оптической разности хода, что во многих случаях оказывает заметное влияние на результаты и точность экспериментальных данных. Особое значение это явление приобретает при исследовании прессовых соединений, которые отличаются высокими уровнями напряжений в контактной зоне.

Некоторые основные соотношения теории пьезооптического эффекта, учитывающие оптическую ползучесть материала моделей

В общем случае при фотоползучести связь между механическими и оптическими величинами имеет более сложный характер, чем закон Вертгейма (1.2). Вместо него чаще всего используется закон Файлона-Джессопса

$$\delta = c_s^* (\sigma_1 - \sigma_2) + c_e^* (\epsilon_1 - \epsilon_2), \quad (6.1)$$

где C_σ^* и C_e^* – постоянные для данного материала коэффициенты. Поскольку полная деформация ϵ может быть представлена в виде суммы упругой деформации ϵ^e и деформации ползучести ϵ^c , выражение (6.1) запишем следующим образом:

$$\delta = d [C_\sigma (\epsilon_1^e - \epsilon_2^e) + C_e^* (\epsilon_1^c - \epsilon_2^c)]. \quad (6.2)$$

Первое слагаемое в этом уравнении характеризует "мгновенную" упругую деформацию, а второе – учитывает раскручивание и ориентацию цепных молекул полимера с течением времени. Коэффициенты C_σ^* , C_e^* и C_b определяются экспериментально, например из опытов на одноосное растяжение в условиях ползучести [3].

Вязкоупругие свойства пьезооптического материала ОАСО

Для наиболее полного использования преимуществ моделирования методом фотоползучести необходимо, чтобы зависимость оптической разности хода от напряжений и деформаций в материале модели была достаточно простой. Как известно, такой зависимостью является закон Вертгейма. Но он может быть применен лишь в том случае, если в выражении (6.2) коэффициент C_e^* равен нулю или произведение $C_e^* (\epsilon_1^c - \epsilon_2^c)$ мало по сравнению с первым слагаемым. Исследования, проведенные для изучения реологических свойств полимера ОАСО [3], показали, что этот материал обладает такими качествами. Максимальный "вклад" второго слагаемого в выражении (6.2) не превышает 4 % и поэтому без больших погрешностей можно считать, что для него разность главных напряжений пропорциональна оптической разности хода и в условиях ползучести. Упругие постоянные и коэффициенты в выражении Файлонса-Диессона для этого материала равны: $E = 3,1 \cdot 10^3$ МПа, $\mu = 0,37$, $C_\sigma^* = 0,8 \cdot 10^{-7}$ МПа, $C_e^* = 2,04 \cdot 10^{-2}$, $C_b = 3,9 \cdot 10^{-7}$ МПа, $\sigma_c^d = 1,4$ МПа.

Релаксация напряжений в прессовом соединении

Рассмотрим задачу о запрессовке стальной шайбы в круглую пластину из вязкоупругого материала ОАСО. В этом случае шайбу можно считать абсолютно жесткой, так как ее модуль упругости ($E_s = 2 \cdot 10^5$ МПа) на два порядка выше модуля упругости материала модели ($E_k = 3,1 \cdot 10^3$ МПа). После запрессовки диска, которая

осуществляется в специальном приспособлении поляризационной установки, через определенные интервалы времени производится фотографирование порядков полос. На фотографиях полосы представляют собой концентрические окружности, аналогичные картине изохром, изображенной на рис. I.3. С течением времени они перемещаются к центру модели, причем полосы более высоких порядков постепенно "отекают" на внутреннем радиусе пластинки.

В момент запрессовки радиальное σ_r и окружное σ_t напряжения в пластине определяются формулами Ламе

$$\sigma_{r,t} = \frac{p^0 \alpha^2}{\alpha^2 - \alpha^2} \left(1 - \frac{\alpha^2}{r^2} \right), \quad (6.3)$$

где p^0 – контактное давление, связанное с относительным напряжением Δ равенством

$$p^0 = \frac{\Delta E (\alpha^2 - \alpha^2)}{(1 + \mu) \alpha^2 + (1 - \mu) \alpha^2}. \quad (6.4)$$

Распределение напряжений в произвольный момент времени можно определить в результате интегрирования уравнений равновесия с использованием данных эксперимента. Воспользуемся первым уравнением системы (5.1) применительно к плоской задаче:

$$\frac{d\sigma_r}{dr} + \frac{\sigma_r - \sigma_t}{r} = 0. \quad (6.5)$$

С учетом свойств материала ОАСО, описанных выше, а также из выражения (1.2) следует, что полосы в данном случае определяют разность главных напряжений, или максимальные касательные напряжения:

$$2\tau_{max} = \sigma_t - \sigma_r = \sigma_0^d n. \quad (6.6)$$

Поэтому выражение (6.5) можно представить в виде

$$\frac{d\sigma_r}{dr} = \sigma_0^d \frac{n}{r}. \quad (6.7)$$

Интегрируя это уравнение, получим

$$\sigma_r = -p + \sigma_0^d \int_a^r (n/r) dr. \quad (6.8)$$

Используя условие на наружной поверхности диска ($\sigma_r = 0$ при $r = b$), определяем контактное давление

$$\sigma_r = \sigma_0^d \int_a^r (n/r) dr. \quad (6.9)$$

Окружное и радиальное напряжения могут быть подсчитаны по формулам

$$\sigma_r = -\sigma_0^d \int_r^b (n/r) dr, \quad \sigma_t = \sigma_0^d n + \sigma_r. \quad (6.10)$$

Интегралы, стоящие в формулах (6.9) и (6.10), могут быть вычислены при известных значениях n_i . Для повышения точности этого метода требует большого числа значений порядков полос, что приводит к увеличению объема вычислений. Предпочтительнее по дискретным значениям n_i подобрать аналитическую функцию и использовать ее при вычислении напряжений.

В программе FOTOCREER в качестве интерполирующей функции используется кубическая сплайн-функция вида

$$f(x) = y_i + b_i(x - x_i) + c_i(x - x_i)^2 + d_i(x - x_i)^3,$$

где $y_i = n_i$ – значения аппроксимирующей функции в узловых точках с координатой x_i ; $\alpha = r/\alpha$ – безразмерная координата; b_i , c_i , d_i – коэффициенты в интервале $[x_i, x_{i+1}]$.

$$x_i \leq x \leq x_{i+1}$$

ПОРЯДОК ВЫПОЛНЕНИЯ РАБОТЫ

1. Замерить внутренний и наружный диаметры модели, а также диаметр шайбы с точностью 0,1 мм. Результаты замеров, упругие характеристики материала модели (E , μ) и оптическую постоянную σ_0^d занести в таблицу.

2. Запрессовать шайбу в диск в приспособлении установки и заметить время в момент запрессовки.

3. Сфотографировать картину полос через заданные интервалы времени с момента запрессовки (время задается преподавателем).

4. Обработать фотопластинку (проявить, закрепить, промыть).

5. На каждой пластинке с помощью инструментального микроскопа замерить радиус r_i для целых порядков полос. Занести в таблицу значения r_i и n_i , а также время, прошедшее между запрессовкой и фотографированием.

6. Ввести в машину требуемые данные.

7. Получив результаты расчета, составить отчет.

Работа № 7. ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ОПРЕДЕЛЕНИЕ КОЭФФИЦИЕНТА ИНТЕНСИВНОСТИ НАПРЯЖЕНИЙ (КИН)

Цель работы – изучение методики определения КИН на плоских моделях реальных деталей.

ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ

Поле напряжений у края трещины нормального отрыва

Распределение напряжений около трещин нормального отрыва определяется из решения соответствующей плоской задачи теории упругости. Это решение строится через функцию напряжений Эри Ф, которая для рассматриваемого класса задач выбирается в виде

$$\Phi = \operatorname{Re} \bar{Z} + y \operatorname{Im} \bar{Z},$$

где $Z = Z(z)$ – комплексная функция; \bar{Z} и \bar{Z} ее первый и второй интегралы, а $z = x + iy$ [9].

Координатные оси x и y совпадают с осями симметрии. Для трещины нормального отрыва функция Z выбирается в следующем виде:

$$Z = \sigma / \sqrt{1 - (l^2/z^2)},$$

где σ – растягивающее напряжение. Обычно решение строят для системы координат, приведенной к точке, совпадающей с вершиной трещины. Для этого вводят новую переменную $\xi = z - l$. Функция Z , выраженная через эту переменную, имеет вид

$$Z = \sigma / [(\xi^2 + 2l\xi) / (\xi^2 + 2l\xi + l^2)]^{1/2}.$$

Разложив ее в ряд Маклорена, получим

$$Z = \sigma / (2\xi/l + 6\xi^2/l^2 + \dots)^{1/2}. \quad (7.1)$$

Если нас интересуют напряжения у вершины трещины, то можно пренебречь всеми членами ряда, кроме первого, и тогда

$$Z \approx \sigma \sqrt{l/2\xi}. \quad (7.2)$$

В этом случае для поля напряжений трещины нормального отрыва запишем следующую систему: